MATERIAL 2
LINGUAGEM ALGÉBRICA

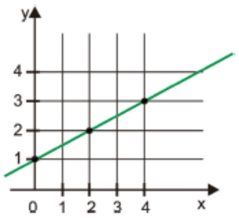
Os apontamentos feitos nesse material visam destacar algumas tarefas e conceitos algébricos que se mostraram desafiadores para os estudantes do 9º ano e olhar para dificuldades similares ao longo dos Anos Finais do Ensino Fundamental.

Como se sabe, é no Ensino Médio que se concentra a maior parte das aulas de Matemática para o estudo de funções. Contudo, ainda nos anos finais do EF são trabalhados alguns conceitos essenciais, voltados principalmente para as funções de 1º e 2º grau.

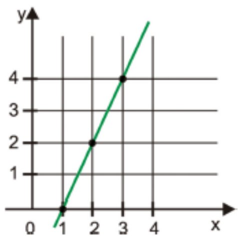
A análise proposta se inicia com itens que abordaram a habilidade EF09MA06 - *Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica*. Observe a seguinte questão:

Assinale a alternativa onde o gráfico representa a equação linear $y = 2x - 2$.

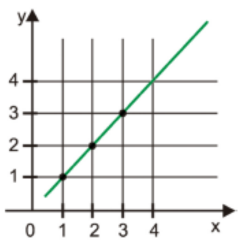
(A)



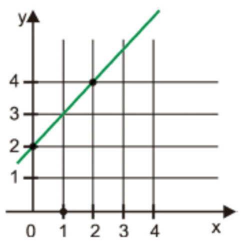
(B)



(C)



(D)



A alternativa correta pode ser obtida por meio de diferentes estratégias. É possível que o estudante observe os coeficientes da expressão $y = 2x - 2$ e constate que se trata de uma função crescente (o que não permite excluir nenhuma alternativa) e que ela intercepta o eixo vertical no valor –2 (o que é suficiente para obtenção da alternativa correta, letra (B).

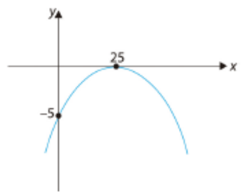
Nessa questão, apenas 17,8% dos estudantes indicaram a resposta correta. A opção (D) foi marcada por cerca de 40% dos alunos, possivelmente indicando que eles analisaram a equação y = 2x – 2 e marcaram a alternativa cujos pontos destacados têm o 2 em um dos valores das coordenadas – (0,2) e (2,4). Além disso, cerca de um quinto do alunado assinalou a alternativa (A), possivelmente pensando que a reta que representa a equação y = 2x – 2 passa pelo ponto (2,2).

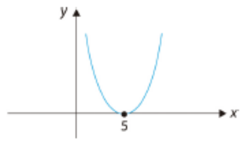
Vale ressaltar que a análise dos pontos destacados nos gráficos também pode levar a identificação da alternativa correta. No caso, os pontos precisam obedecer a lei da função, ou seja, o valor da ordenada (y) deve ser igual a diferença entre o dobro do valor de x e 2.

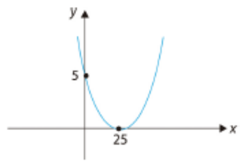
A dificuldade em identificar o gráfico que representa uma expressão algébrica também acontece com as funções de segundo grau, como mostra o caso a seguir:

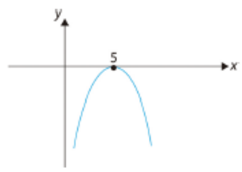
A quantidade de leite retirada por dia em uma fazenda pode ser encontrada pela função L(x) = x^2 –10x +25, sendo L(x) a quantidade de litros de leite retirados por dia e x o dia do mês.

O esboço do gráfico que melhor representa a função acima é o

(A)


(B)


(C)


(D)


s

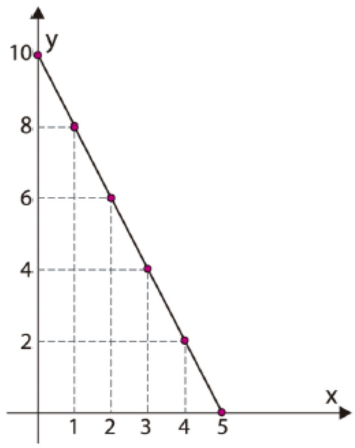
As estratégias de solução para esse problema são similares àquelas que poderiam ser utilizadas no exemplo anterior. Aqui, o respondente pode observar os pontos destacados nos gráficos e verificar se eles atendem a lei da função quadrática. Outro caminho passa pela observação dos coeficientes da expressão.

Nesse caso, temos a = 1 e c = 25 como determinantes para obtenção da resposta, uma vez que a > 0 indica que a concavidade da parábola está voltada para cima, restringindo as opções de resposta a (B) e (C). Para obter a resposta correta, é preciso observar que a parábola intercepta o eixo vertical no valor 25, o que visivelmente não ocorre em (C).

A alternativa correta, letra (B), foi assinalada por 18% dos estudantes apenas. O distrator mais assinalado foi a letra (C), com cerca de 35% de escolha, indicando que os alunos identificaram corretamente que a concavidade da parábola era voltada para cima. Além dessa alternativa, quase um terço dos estudantes assinalaram a alternativa (A), corroborando a hipótese de que ao olhar a função $L(x) = x^2 - 10x + 25$, os estudantes assumiram que a curva passa no eixo horizontal no valor 25, em vez do ponto (0, 25).

Em complemento, a atividade "contrária", isto é, observar um gráfico e associá-lo à equação que o representa também é algo que se mostrou complexo para o alunado. Observe o item proposto na prova do 8º ano:

Ao baixar conteúdo da internet - fazer download - a transmissão da informação acontece em determinada taxa de velocidade. O gráfico abaixo representa o progresso do download de um jogo com 10GB de tamanho (y) por minuto (x):



Sabendo que o download é feito em uma taxa constante, a equação que representa corretamente o gráfico é:

(A) $y = 10 - 5x$.

(B) $y = 10 + 5x$.

(C) $y = 10 + 2x$.

(D) $y = 10 - 2x$.

Nesse caso, não há indecisão sobre o valor do coeficiente linear, uma vez que todas as alternativas o assumem como sendo 10. Logo, o problema se concentra na determinação do valor do coeficiente angular. Nesse caso, para obter o valor é preciso observar duas características do gráfico:

- A reta é decrescente e, portanto, o valor do coeficiente angular deve ser negativo;
- Para cada aumento de uma unidade no valor de x, o valor de y diminui duas unidades.

Com base nessas características, conclui-se que a expressão que descreve a reta é a indicada na alternativa (D) $y = 10 - 2x$.

Nessa questão, apenas 16,7% dos estudantes assinalaram a opção de resposta certa, enquanto cerca de um terço dos alunos responderam a alternativa (B), possivelmente acreditando que os coeficientes da equação $y = 10x + 5$ fossem idênticos aos valores que a reta intersecta os eixos das ordenadas e das abscissas.

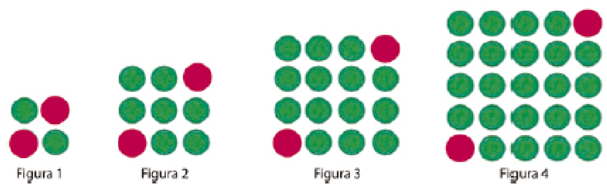
Além disso, pouco mais de 30% dos estudantes assinalaram a alternativa (A), provavelmente com um raciocínio parecido com o que foi apresentado na letra (B), porém a diferença é que os estudantes identificaram que o coeficiente angular da reta deveria ser negativo por tratar-se de uma função com comportamento decrescente.

Essa correlação entre números presentes nas expressões/equações e os valores interceptados nos eixos coordenados pelo gráfico foi observada de modo muito frequente nos três exemplos trazidos até então. Isso sugere que essa concepção equivocada deve estar se perpetuando no 8º e 9 º anos do Ensino Fundamental.

Em complemento, também se constatou a dificuldade do alunado com o uso da linguagem algébrica para obtenção do termo geral que descreve a relação entre a posição e o valor dos termos que compõem a sequência.

Considere o seguinte caso presente nas provas do 7º e do 8º ano:

Observe a sequência de figuras compostas de círculos verdes e vermelhos.



Considere *n* o número que indica cada figura acima.

Qual a expressão algébrica representa a quantidade de círculos verdes em cada figura?

(A) n^2

(B) $n^2 - 2$

(C) $(n + 1)^2 - 2$

(D) $(n + 1)^2$

A obtenção da solução requer a percepção de que em todas as figuras há 2 círculos vermelhos, de modo que a quantidade de círculos verdes será dada pelo total de círculos menos 2. Para chegar na alternativa correta, é importante observar que a disposição dos círculos em cada figura sempre remete à forma de um quadrado. Além disso, a figura 1 mostra um quadrado 2x2, a figura 2 um quadrado 3x3, a figura 3 um quadrado 4x4 e assim sucessivamente, de modo que a figura n apresentará um quadrado (n+1) x (n+1), ou seja, $(n+1)^2$. Com isso, a quantidade de quadradinhos verdes é dada por $(n+1)^2 – 2$, alternativa (C).

Tanto no 7EF como no 8EF, o índice de acerto da questão ficou próximo de 35%. O distrator (B) foi a escolha de cerca de um quarto dos alunos, possivelmente indicando que eles identificaram a quantidade de bolinhas verdes como sendo um número ao quadrado menos 2.

Outros problemas semelhantes a esse, que faziam uso de sequências figurais para determinação do termo geral se mostraram igualmente ou mais difíceis do que o apresentado. Mesmo a determinação de elementos, dada a sua posição, se mostrou atividade complexa.

Por fim, traremos uma questão presente na prova do 6º e 7º ano que tratou da linguagem algébrica de outro modo, associado ao conceito de área e perímetro. Observe:

Considere um quadrado com 1 cm de lado, cuja medida do perímetro chamaremos de P e a medida da área de A. Ao triplicarmos os lados desse quadrado, obteremos um novo quadrado com

(A) perímetro igual a 4P.

(B) área igual a 6A.

(C) perímetro igual a 9P.

(D) área igual a 9A.

Note que se trata de uma questão que traz as variáveis perímetro (P) e área (A) sem nenhum apoio visual. Caberia ao estudante fazer testes ou mesmo reconhecer que a relação entre a variação da medida do lado e o perímetro é diretamente proporcional, enquanto a variação da medida do lado e a área é proporcional ao quadrado.

Assim sendo, ao triplicar a medida do lado de um quadrado, o perímetro também triplica enquanto a área é multiplicada por 9. Com isso, a resposta correta é (D). Em ambos os anos avaliados, o índice de acerto não superou 15% e o distrator (A) foi o mais atrativo, possivelmente indicando que eles associaram o aumento de um quadrado considerando apenas a quantidade de lados do polígono e não a informação de que "triplicamos os lados desse quadrado".

Nesse caso, é importante destacar que a escrita algébrica tem papel coadjuvante, sendo a relação entre as medidas laterais, de perímetro e de área as mais fundamentais para obtenção da resposta. Claro, é provável que o emprego da escrita algébrica trouxe uma camada a mais de complexidade para o problema.

OBSERVAÇÕES FINAIS

O presente estudo tem por objetivo elencar aquilo que se mostrou mais frágil ao longo dos Anos Finais do Ensino Fundamental e que está ligado ao tema Álgebra. Em linhas gerais, constatou-se dificuldades em:

- ✓ Associar a representação algébrica e gráfica de equações/expressões de grau 1 e de grau 2;

- ✓ Reconhecer o termo geral que descreve o valor de um termo e a posição que ele ocupa;
- ✓ Determinar os elementos que pertencem a uma sequência, dada a sua posição;

A reversão dessas dificuldades passa pela etapa de diagnosticá-las, mas também requer ações do professorado junto às suas turmas, criando espaços nas aulas para rever tarefas como as elencadas logo acima. Vale destacar que a temática álgebra será de fundamental importância para o desenvolvimento adequado de boa parte das habilidades previstas para o Ensino Médio, principalmente aquelas atreladas ao estudo de funções.