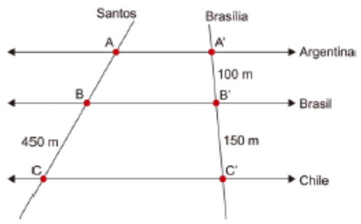
MATERIAL 1
TÓPICOS DE GEOMETRIA

Ao analisar o desempenho dos estudantes nas provas de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental, os itens com conteúdos relacionados à Geometria tiveram um porcentual de acerto muito baixo. Ao olhar para o 9° do EF, vemos que as questões relacionadas à habilidade EF09MA24 - Identificar e calcular as relações de proporcionalidade dos segmentos determinados por retas paralelas cortadas por transversais (Teorema de Tales) – tiveram um índice de acerto menor que 30%.

Para ilustrar a dificuldade apresentada pelos estudantes do 9° ano, considere a seguinte questão:

As ruas Argentina, Brasil e Chile são paralelas, e as ruas Santos e Brasília cruzam as três paralelas nos pontos A, B, C, A', B' e C', conforme mostra a figura a seguir.



(Figura fora de escala)

As distâncias entre os cruzamentos são: A'B' = 100 m, B'C' = 150 m, BC = 450 m.

Qual a distância entre os cruzamentos AB?

(A) 100 m.

(B) 250 m.

(C) 300 m.

(D) 400 m.

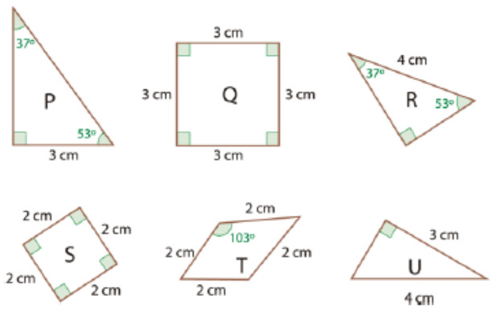
O item apresenta uma situação-problema que recai sobre a análise de um esquema recorrente, através do Teorema de Tales. Vale lembrar que essa problemática envolve a ideia de proporção.

Importante destacar que a resposta correta é obtida a partir da relação $\frac{AB}{100} = \frac{450}{150}$, de modo que a resposta correta é (C) 300 m. O baixo número de estudantes que optou pela alternativa (D) indica que associar essa problemática a ideias aditivas foi superada pelo público avaliado, o que é uma notícia importante.

Por outro lado, apenas 21% dos estudantes assinalaram a resposta correta, alternativa (C). O distrator (A) foi a opção escolhida por cerca de um terço do alunado, indicando que possivelmente acreditaram que a medida do cruzamento AB fosse idêntica à medida de A'B', provavelmente com base numa análise visual da figura. Não há clareza de que se a escrita adotada (por meio do apóstrofo) para indicar os segmentos teria sido um dificultador. Em outras palavras, teria sido a indicação A'B' entendida como AB a motivação para a escolha do distrator (A)?

Em complemento, ainda nas questões do 9° ano, vemos que os estudantes tiveram dificuldades relacionadas à identificação de figuras semelhantes e às suas propriedades. Considere a seguinte questão:

Observe os seis polígonos P, Q, R, S, T e U e algumas medidas de seus lados e ângulos.



Entre esses polígonos existem exatamente dois pares que são semelhantes, logo conclui-se que

(A) R é semelhante a U e S é semelhante a T.

(B) P é semelhante a Q e S é semelhante a R.

(C) P é semelhante a R e S é semelhante a T.

(D) P é semelhante a R e Q é semelhante a S.

O item tem objetivo claro e bem apresentado no enunciado, que é identificar dois pares de figuras semelhantes. A obtenção da resposta correta passa pela necessidade de observar que tais figuras apresentam os mesmos ângulos internos, além de lados proporcionais. É válido lembrar que muitas vezes os estudantes se atentam apenas à necessidade da proporcionalidade entre as medidas das figuras, ignorando as condições angulares.

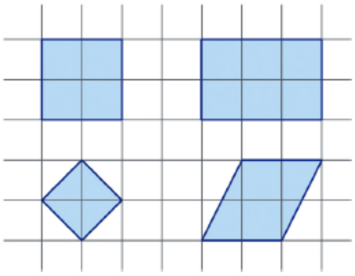
Os dados estatísticos mostram que cerca de um quarto do alunado assinalou o distrator (C), possivelmente pensando, de maneira equívoca, que as figuras S e T são semelhantes por possuírem lados com as mesmas medidas, sem considerar que os ângulos não são congruentes.

Ao analisar outras questões, observa-se que os estudantes não se atentam à propriedade de que figuras geométricas semelhante possuem as mesmas medidas de ângulo interno.

Na sequência, são apresentadas outras questões que aferem habilidades de Geometria nos outros anos escolares. Nesses itens, é possível observar algumas definições e conceitos que se mostram desafiadores para os estudantes da rede estadual.

Vejamos a seguinte questão aplicada para estudantes do 8° ano.

Considere os seguintes quadriláteros representados em uma malha quadriculada:



Quantos deles são retângulos?

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

A solução do problema é obtida a partir da retomada das características que permitem classificar quadriláteros como retângulos. São elas:

- ✓ apresentar dois pares de lados paralelos;
- ✓ possuir quatro ângulos retos.

Nota-se que nenhuma menção é feita em relação a necessidade de possuir lados com medidas diferentes, o que habilita figuras classificadas como quadrados também serem chamadas de retângulos.

Aqui, ao analisar a imagem das quatro figuras planas apresentadas na malha, observa-se que todas apresentam dois pares de lados paralelos. Assim sendo, a identificação da alternativa correta recai sobre o reconhecimento dos quatro ângulos retos na composição da figura, algo que não é observado apenas na figura posicionada à direita, na fila de baixo.

Com isso, a resposta correta é (C), uma vez que três das figuras apresentadas podem ser classificadas como retângulos. Apenas cerca de 15% dos estudantes responderam corretamente à questão. Entretanto, 31% dos alunos responderam a letra (A), provavelmente identificando apenas o quadrilátero à direita na primeira linha como sendo retângulo. Vale destacar que essa é a forma mais difundida e associada a retângulos, o que pode ter levado a considerá-la como a única que pode ser chamada dessa maneira.

Grande parte dos estudantes, aproximadamente 44%, assinalaram a alternativa (B), provavelmente acreditando que apenas os quadriláteros da primeira linha fossem retângulos. Ou seja, possivelmente não tomaram a figura da esquerda da linha inferior como sendo um retângulo. Vale destacar que essa figura é muitas vezes utilizadas para ilustrar losangos, o que não a impede de ser classificada como retângulo, quando seus ângulos internos são iguais a 90°.

Em outra questão, presente na prova do sétimo ano, podemos ver que a habilidade EF06MA20 - *Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles* – também se mostrou complexa para o alunado. Ou seja, a dificuldade em relação a esse tipo de tarefa não é exclusiva de um ano escolar, perpassando por diferentes momentos da escolarização.

Um quadrilátero cujos lados são paralelos dois a dois, todos os ângulos são iguais a 90º, porém as diagonais não formam ângulo de 90º é o

(A) retângulo.

(B) quadrado.

(C) losango.

(D) trapézio.

Destaca-se o fato de a questão não ter imagem de apoio, o que costuma ser comum nos itens de Geometria, já que muitas trazem apoio visual. Isso pode ter se mostrado um dificultador para a obtenção da resposta correta.

Nesse caso, a resposta é obtida a partir da capacidade de o estudante reconhecer uma figura que possui as características elencadas:

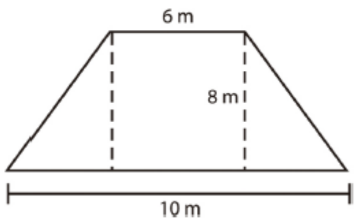
- ✓ ser quadrilátero – *válido para todas as alternativas de resposta*;
- ✓ possuir lados paralelos dois a dois – *válido somente para (A), (B) e (C)*;
- ✓ todos os ângulos são retos – *continua valendo para (A), (B) e (C)*;
- ✓ diagonais não formam ângulo de 90° - *válido apenas para (A), considerando as condições anteriores.*

Os dados estatísticos coletados mostram que apenas um quarto dos estudantes assinalou a alternativa correta, letra (A). No entanto, todas as opções de resposta se mostraram atraentes para o alunado, uma vez que cada uma delas teve, no mínimo, 20% de taxa de escolha. Esse tipo de comportamento na distribuição das respostas sugere que as escolhas podem ter se dado majoritariamente de forma aleatória.

Assim, com base no que foi posto para a questão acima, assim como na imediatamente anterior, é possível inferir que os estudantes da rede estadual têm tido muita dificuldade em identificar as particularidades que permitem classificar figuras bidimensionais, assim como reconhecer quando uma definição está contida em outra, algo que exige, inclusive, uma competência geométrica mais sofisticada.

No entanto, as dificuldades observadas não se reservam apenas a esse tipo de tarefa. Mesmo ideias discutidas desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental ainda se mostram não consolidadas, como o cálculo de áreas. A seguir, é apresentada uma tarefa posta na prova do 7° ano, envolvendo o cálculo da área de trapézio.

Artur tem um terreno em forma de um trapézio isósceles, com base menor medindo 6 m, base maior medindo 10 m e altura de 8 m, como na figura abaixo.



Ele deseja cobrir todo o terreno com grama e para isso precisa saber qual é a área do terreno. Quantos metros quadrados de grama Artur irá comprar?

(A) 16 m^2.

(B) 48 m^2.

(C) 58 m^2.

(D) 64 m^2

O enunciado indica que a quantidade de grama é obtida a partir da área do terreno. Existem diferentes estratégias para obtenção da área do trapézio, podendo o estudante se valer de uma fórmula válida para essa forma geométrica ou da ideia de decomposição. Nesse segundo caso, a área do trapézio seria igual a área do retângulo mais a área dos dois triângulos laterais, que são iguais.

Por meio da decomposição, tem-se que a área do trapézio é maior do que a área do retângulo, que é igual a 6x8 = 48 m^2. Sendo assim, apenas as alternativas (C) e (D) são potenciais respostas corretas. A conclusão de qual é a área do espaço se dá a partir do cálculo da área dos triângulos ou da percepção de que ambos compõem um retângulo de medidas 2x8, cuja área é igual a 16 m^2. Assim sendo, a área do trapézio é igual a 48+16, totalizando 64 m^2, alternativa (D).

Os dados coletados mostram que apenas 14% assinalaram a alternativa correta, enquanto cerca de 43% dos estudantes assinalaram a alternativa (B), o que possivelmente indica que podem ter interpretado o problema de forma equivocada, uma vez que indicaram como resposta a área do retângulo 6x8, não se atentando ao formato de trapézio isósceles que foi mencionado no enunciado.

Além desse equívoco, de não perceberem como decompor a área do trapézio, em outras questões foi possível identificar que, às vezes, os estudantes buscaram fazer uso da fórmula para cálculo da área do trapézio somando o valor das duas bases do trapézio e multiplicando o valor pela medida da altura da figura, esquecendo-se de dividir o resultado por 2.

Essas constatações evidenciam que o cálculo da área do trapézio se mostra algo pouco exitoso para os estudantes da rede estadual, sendo que essa dificuldade está atrelada tanto ao uso de fórmula específica como para outras estratégias.

Em complemento, os resultados obtidos a partir de uma questão envolvendo o cálculo da área de triângulo também apresentou um baixo índice de acerto na prova do 6º ano EF, indicando que as dificuldades observadas anteriormente não se limitam apenas aos problemas envolvendo trapézios. A seguir, tem-se uma questão envolvendo a área de um triângulo.

Mariana está fazendo bandeirinhas no formato de triângulo para a festa junina da sua família. As bandeirinhas precisam ter 6 cm de base e 4 cm de altura. A área das bandeirinhas elaboradas por Mariana para a festa junina de sua família é de:

(A) 10 cm^2.

(B) 12 cm^2.

(C) 14 cm^2.

(D) 24 cm^2.

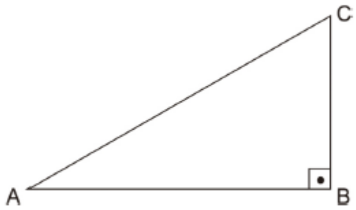
A resolução do item está diretamente relacionada com o cálculo da área do triângulo, de modo que esta pode ser obtida por meio de fórmula ou outras estratégias. Importante destacar para o aluno que a partir de duas bandeirinhas seria possível compor um retângulo, ou seja, a área de uma bandeirinha equivale a metade da de um retângulo. Essa constatação pode ser um fator que auxilie o estudante a lembrar que a área do retângulo é dada pelo produto de sua base, sendo que o resultado deve ser dividido por 2. Ou seja, a resposta correta dessa questão é dada por $\frac{6\times 4}{2} = 12$, alternativa (B).

Apenas 15% dos estudantes assinalaram a opção correta, letra (B). Metade dos estudantes respondeu a alternativa (A), possivelmente acreditando que a área do triângulo seja calculada somando a medida da sua base e a da sua altura. Essa constatação é um tanto curiosa, uma vez que o cálculo de área sempre está ligado ao campo multiplicativo, o que aparentemente ainda não foi consolidado no 6EF.

Além disso, pouco mais de um quinto dos alunos respondeu a alternativa (D), mostrando que provavelmente pensam que a área do triângulo é calculada pelo produto da base com a altura, que é o que determina o valor de áreas retangulares.

Por fim, ao analisarmos outras questões aplicadas para o 6° ano, destaca-se nova dificuldade, agora em relação à classificação de triângulos e quadriláteros segundo características com as medidas de seus lados e/ou medidas dos ângulos internos.

O professor apresentou o triângulo ABC aos estudantes para que eles o classificassem.



De acordo com os ângulos desse triângulo, os estudantes devem classificá-lo como

(A) isósceles.

(B) retângulo.

(C) equiângulo.

(D) obtusângulo.

O problema apresentado também possui proposta recorrente, observada em diferentes edições do SARESP. A tarefa se volta para a classificação do triângulo com base em suas propriedades. Importante destacar que a imagem de apoio contribui facilmente para exclusão das alternativas (C) e (D), uma vez que é evidente que os três ângulos não são iguais e que o maior dos ângulos internos tem 90°, não podendo ser classificado como obtuso.

Mesmo assim, apenas 24% dos estudantes identificaram que o triângulo da figura pode ser classificado como retângulo, alternativa (B), por possuir um ângulo de 90°, no vértice B. Os distratores mostraram-se atraentes para os estudantes do 6° ano, uma vez que todas as outras alternativas tiveram pelo menos 20% de escolha. Reitera-se que esse tipo de resultado é um indicativo de escolha aleatória das alternativas, sugerindo que os estudantes não estão familiarizados com as classificações atribuídas a um triângulo.

OBSERVAÇÕES FINAIS

O presente estudo tem por objetivo elencar aquilo que se mostrou mais frágil ao longo dos Anos Finais do Ensino Fundamental e que está ligado ao tema Geometria. Em linhas gerais, constatou-se dificuldades em:

- ✓ Aplicar o Teorema de Tales na resolução de problemas característicos;
- ✓ Classificar quadriláteros para além daquilo que é usual – por exemplo, reconhecer que um quadrilátero que possui apenas ângulos retos e quatro lados iguais pode ser chamado de retângulo, não apenas de quadrado;
- ✓ Classificar triângulos a partir da medida dos seus ângulos;
- ✓ Reconhecer quadriláteros semelhantes;
- ✓ Resolver problema envolvendo o cálculo de área, seja por meio de fórmulas ou por meio da decomposição de figuras.

A reversão dessas dificuldades passa pela etapa de diagnosticá-las, mas também requer ações do professorado junto às suas turmas, criando espaço nas aulas para rever tarefas como as elencadas logo acima.