

Itens comentados

Matemática - 9º ano EF

Na sequência, são apresentados 4 exemplos de itens presentes na prova de Matemática do 9º ano EF, que fizeram parte do rol de itens utilizados na prova SARESP 2022. A proposição desses itens de prova visa mostrar para o professorado algumas análises sobre acertos e erros observados, assim como a importância de alternativas construídas para evidenciar possíveis erros cometidos na resolução dos problemas.

Mais do que constatar erros e acertos, é importante buscar compreendê-los e toma-los como parte de um processo natural, integrante do movimento do aprender. Esses exemplos certamente podem fazer parte do planejamento do professor, assim como as orientações complementares, já que esses exemplos não esgotam todas as conclusões obtidas a partir da análise da prova.

Sendo assim, é fundamental que esses itens sejam lidos em conjunto com as considerações feitas a respeito da escala de proficiência e da discussão dos resultados de Matemática, sempre tomando como referência os resultados da sua escola, descritos no boletim SARESP.

Exemplo 1 – item 90

Nível 275

Juliana coordena uma escola de dança onde estudam 7 meninas e 3 meninos. A escola irá participar de um festival e, por isso, deverá inscrever uma dupla de dançarinos, formada por uma menina e um menino. Considerando que as 10 crianças são aptas a participar do festival, de quantas maneiras diferentes Juliana pode montar a dupla que irá representar a escola no festival?

- (A) 21.
- (B) 10.
- (C) 5.
- (D) 3.

O item apresenta situação atrelada a habilidade de resolver problema envolvendo contagem (princípio multiplicativo), na qual o estudante precisa calcular quantas duplas diferentes podem ser formadas, por um menino e uma menina, para uma apresentação de uma escola de dança, sendo que há 3 meninos e 7 meninas aptos.

A solução é obtida a partir do produto entre o número de meninos e meninas aptos, ou seja, 3×7 , que resulta em 21, alternativa (A). Esse item foi respondido corretamente por praticamente 50% dos estudantes, o que mostra que metade dos alunos concluintes do 9EF na rede estadual não soube resolver esse tipo de tarefa. A análise dos distratores mostra que aqueles que assinalaram uma alternativa incorreta se distribuíram entre:

- ✓ Alternativa (B) – somar o número de opções ($3+7$), em vez de multiplica-las;
- ✓ Alternativa (C) – dividir 10 por 2, montando 5 duplas a partir do total de alunos, não levando em consideração o quantitativo de meninos e meninas, ou seja, as particularidades do cenário;
- ✓ Alternativa (D) – considerar o número de meninos como referência, pois tendo apenas 3 meninos consideram ser possível formar no máximo 3 duplas.

Itens dessa habilidade, historicamente, se mostram pouco compreendidos pelo público, além do que, também costumam ser pouco acertados tanto no 5º ano EF como na 3ª série EM, principalmente quando se afastam de contextualizações comumente trabalhadas em sala de aula, como é o caso das composições de vestimentas.

A prova do 5º ano, por exemplo, trazia uma situação relacionada à montagem de uma refeição, no qual o cliente poderia escolher um tipo de carne, um tipo de salada e um tipo de sobremesa, cujo índice de acerto foi inferior a 30%. Para essa mesma turma, um item abordando composições de vestimenta, envolvendo camisetas e calças, foi acertado por aproximadamente 60%, ou seja, o índice de acerto praticamente dobrou. Nos dois casos, o distrator mais assinalado trazia a soma das quantidades disponíveis para escolha.

Sendo assim, cabe perguntar qual o motivo da dificuldade dos estudantes em relação a essa habilidade: estaria relacionada à familiarização com o contexto? Ou seria o número de fatores envolvidos na multiplicação? Será que num cenário de composição de vestimenta, no qual, além de escolher uma camiseta e uma calça, fosse necessário também escolher um boné, por exemplo, será que o índice de acerto seria menor?

Voltando a prova do 9º ano EF, para outro item dessa habilidade, que envolvia a escolha de dois alunos para serem representantes de classe, sendo um de uma turma e o outro de turma diferente, o índice de acerto caiu para pouco mais de 30%. Ou seja, no caso do 9º ano EF, qual foi o dificultador: o contexto? Ou teria sido o cálculo necessário (20×25 em vez de 3×7)?

Ao observar outros itens dessa habilidade na prova do 9EF, aumenta-se a suspeita de que o cálculo pode ter sido o maior dificultador. Isso porque, num cenário envolvendo a montagem de uma refeição num *fast food*, na qual a solução envolvia um produto entre três fatores ($2 \times 5 \times 5$), o índice de acerto ficou próximo de 40%. De toda maneira,

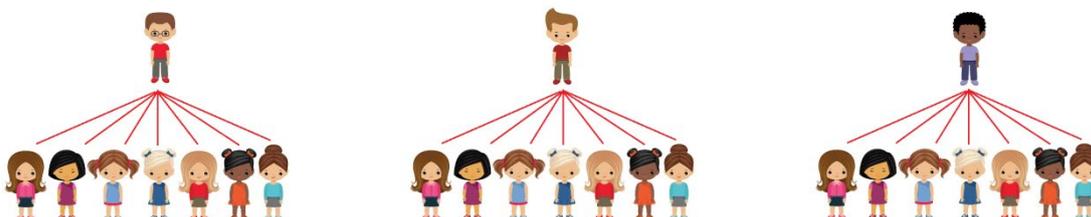
é importante relatar que o uso do campo aditivo como estratégia para solução desse tipo de item se mostra algo muito frequente, sempre observado nas últimas edições do SARESP.

No Ensino Médio, os cenários são outros (senha de segurança; acomodação de pessoas em assentos; respostas possíveis de um questionário; montagem de relógio – pulseira e caixa) e apenas no mais simples (montagem do relógio) o índice de acerto superou 50%, sendo que a estratégia de somar as opções ainda se mantém como a principal, dentre aqueles que respondem de maneira incorreta.

Em suma, o que os resultados sugerem sobre o princípio da contagem são incertezas quanto ao impacto que um contexto simples e conhecido tem na resolução dos problemas, assim como os números envolvidos, além da correlação desse princípio com o campo multiplicativo.

Em vista disso, recomenda-se a proposição de variações no cenário ao trabalhar essa habilidade junto ao alunado. No caso do problema proposto, são sugestões de variações possíveis:

- ❖ *Modificação no número de fatores envolvidos no cálculo:* A exibição de escola de dança contará com a participação de um menino, uma menina e um adulto, estando disponíveis 3 meninos, 7 meninas e 5 adultos. Segundo essas informações quantos trios podem ser formados para a apresentação?
- ❖ *Modificação no contexto, mantendo o número de fatores envolvidos no cálculo:* Mauro coleciona um modelo de relógio digital, o qual possui 3 mecanismos e 7 pulseiras. Todas as pulseiras podem ser acopladas em qualquer um dos mecanismos. De quantas maneiras diferentes, Mauro consegue montar esse relógio digital?
- ❖ *Simplificação do problema, inserindo novas informações:* O problema original pode ser apresentado, juntamente com uma imagem de apoio, do seguinte tipo:



(<https://www.ingimage.com>. Adaptado)

As variações propostas visam explorar a habilidade já aferida parcialmente por um item, utilizando outros de estrutura similar, mas com diferentes complexidades, na tentativa de esclarecer eventuais dificultadores para os estudantes.

Exemplo 2 – item 45

Nível 300

A sala em que Mariana estuda tem 20 estudantes e todos os dias a professora sorteia um estudante para falar sobre um livro que está lendo. Em certo dia Mariana contou que 4 estudantes faltaram, logo ela concluiu que a probabilidade de ela ser sorteada pela professora, nesse dia, era igual a

(A) $\frac{16}{20}$.

(B) $\frac{4}{20}$.

(C) $\frac{4}{16}$.

(D) $\frac{1}{16}$.

O item apresenta uma tarefa simples e direta, relacionada à habilidade de resolver problema envolvendo o cálculo de probabilidade. A solução parte da ideia mais difundida de probabilidade, que é a razão entre o número de elementos associados ao evento e o número total de elementos do espaço amostral.

Nesse caso, considerando que Mariana quer que ela seja a ajudante do dia, então há apenas um elemento associado ao evento. Em complemento, o número de elementos do espaço amostral corresponde ao número de estudantes presentes naquele dia. Assim sendo, a probabilidade corresponde a $1/16$, alternativa (D) Essa resposta foi assinalada por 37% dos respondentes, caracterizando o item com sendo de dificuldade média, porém próxima do limiar com o índice difícil.

Causa certa estranheza os distratores acumularem mais da metade do alunado, isso porque em nenhum deles se observa uma fração com numerador igual a 1. Ou seja, todos esses estudantes estão indicando (de modo consciente?) que há mais de uma maneira de Mariana ser sorteada como ajudante do dia. O distrator (A), por exemplo, foi assinalado por quase 30% dos alunos e apresenta uma fração equivalente a 80% como resposta, sugerindo que Mariana tem altíssima probabilidade de ser sorteada para ser a assistente do dia, o que não se sustenta pelas características apresentadas no enunciado.

Isso nos leva a seguinte pergunta: qual interpretação os alunos têm feito sobre a fração utilizada para determinar a probabilidade de ocorrência de um evento?

A análise de outros itens presentes no 9EF para essa mesma habilidade sugerem a hipótese para alguns erros comuns relacionados à definição de probabilidade:

- ✓ *Assumir como definição que probabilidade é dada como sendo a razão entre o número de elementos favoráveis ao evento e o número de elementos restantes:* tomando os dados apresentados no exemplo comentado acima, essa ideia levaria o aluno a apontar, para um dia que nenhum aluno faltou, que a probabilidade de Mariana ser sorteada como aluna ajudante é igual a $1/19$.
- ✓ *Reconhecer corretamente o número de elementos favoráveis ao evento e o número de elementos do espaço amostral, porém representá-los invertidos:* para esse caso, seria como responder $16/1$, indicando uma probabilidade maior do que 1, o que é algo impossível.

Além desses erros característicos, observados no 9EF, há outro tipo, frequente no Ensino Médio, em que a probabilidade passar a ser definida da seguinte forma:

----- *ERRO COMUM* -----

$$\textit{Probabilidade} = \frac{\textit{n}^{\circ} \textit{ de sorteios a serem realizados}}{\textit{n}^{\circ} \textit{ de elementos favoráveis}}$$

Para ilustrar esse caso, considere a seguinte variação no problema proposto originalmente:

Em uma sala estudam 20 estudantes e todos os dias a professora sorteia um estudante para falar sobre um livro que está lendo. Mariana, Isabela, Carol e Adriana são amigas e estudam nessa sala e estão torcendo para que uma delas seja sorteada como ajudante da professora. Qual a probabilidade de isso acontecer?

Nesse caso, o estudante que incorrer no erro comum indicando anteriormente, anuncia como resposta a fração 1/4, pois entende que uma das quatro deve ser sorteada, ignorando completamente o espaço amostral. Além disso, a análise dos itens relacionados a essa habilidade também mostrou que os alunos têm dificuldade em:

- ✓ converter resultados em fração para porcentagem, no Ensino Médio;
- ✓ diferenciar eventos certos de eventos prováveis (muito ou pouco), nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Considerando a dificuldade observada tanto para o primeiro exemplo comentado no 9EF como para o segundo exemplo, é de se esperar que os estudantes tenham dificuldades em resolver problemas de probabilidade ligados aos princípios da análise combinatória.

Itens comentados

Matemática - 9º ano EF

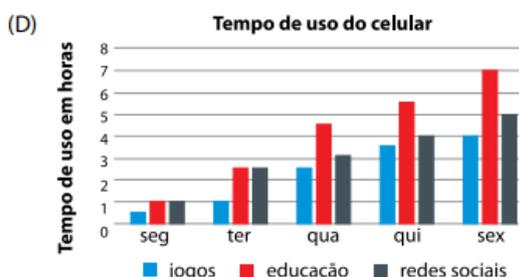
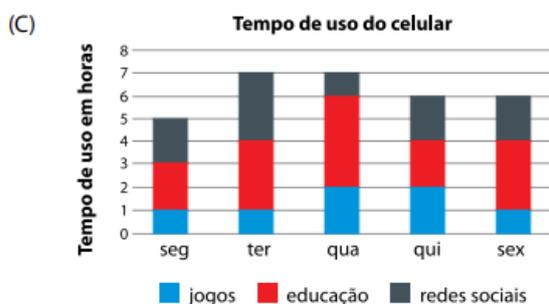
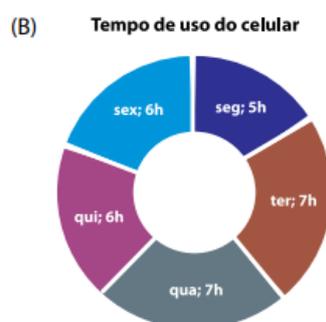
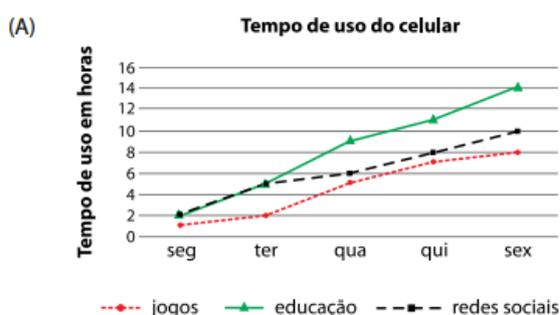
Exemplo 3 – item 44

Nível – não ancorou

O celular de Estela faz um resumo do seu tempo de uso do dispositivo. Em determinada semana seu celular mostrou a seguinte tabela, que indica o total de horas de uso por dia, de segunda-feira a sexta-feira, em cada uma de três categorias

| | seg | ter | qua | qui | sex |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| jogos | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 |
| educação | 2 | 3 | 4 | 2 | 3 |
| redes sociais | 2 | 3 | 1 | 2 | 2 |

O celular de Estela também oferece a opção de mostrar esses dados em um gráfico. Qual o gráfico mais adequado para representar esses dados?



O item apresentado foi proposto para aferir a habilidade de associar informações apresentadas em tabelas ao gráfico que a representa. Apesar de não ser um item âncora, essa questão contrasta com a normalidade do que tem sido relatado nas últimas edições. Isso porque, trata-se de uma tarefa que costuma ancorar no nível abaixo do básico no 9EF. Contudo, aqui, foram propostos gráficos diferentes dos tipos colunas ou barras simples. Com isso, elevou-se o grau de complexidade da tarefa.

O resultado aferido para esse item mostrou a maioria dos alunos bem divididos entre as alternativas (B), (C) e (D), ou seja, a grande maioria dos respondentes descartou a alternativa (A) como opção de resposta, o que sugere que os alunos não consideraram o gráfico de linhas como um meio para representar as horas acumuladas ao longo da semana, o que se mostrou uma decisão acertada.

Por outro lado, praticamente um terço dos estudantes optou pela alternativa (B) como resposta, sugerindo que o gráfico de setores proposto representa de maneira adequada os dados. Vale destacar que esse gráfico de setores pode ser uma opção válida para mostrar a quantidade de horas diárias em que o celular foi utilizado. Contudo,

Itens comentados

Matemática - 9º ano EF

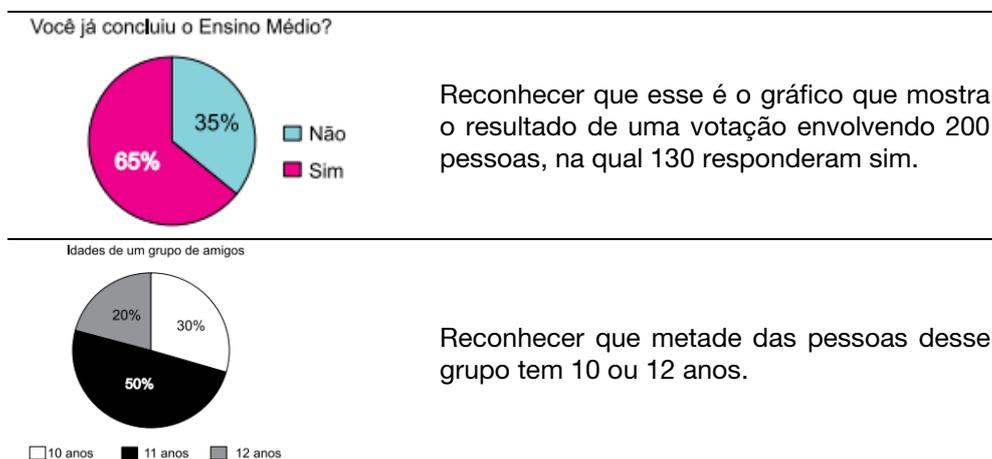
esse gráfico não é capaz de indicar o quantitativo de horas voltadas para jogos, educação ou redes sociais. Por isso, ele não é a alternativa correta.

Apesar de incorrer no mesmo erro da alternativa (A), a opção (D) atraiu quase o triplo de respondentes. Uma hipótese para tanto está atrelada ao fato de que o gráfico de colunas é mais familiar aos estudantes do que o gráfico de linhas.

Por fim, o gabarito – alternativa (C) – também envolve um gráfico de colunas, porém na forma de colunas empilhadas, ou seja, juntando as informações das três entradas numa única coluna, sobrepondo os valores tabelados. O baixo índice de acerto pode ser decorrente da não familiaridade com esse tipo de variação do gráfico de colunas, uma vez que usualmente os gráficos de colunas simples estão ancorados em pontos mais baixos da escala de proficiência, e, portanto, se mostram atividades menos desafiadoras para o alunado.

Importante destacar que o professor pode fazer uso desse exemplo de item em sua aula para explorar o que cada gráfico está comunicando, se o faz de maneira adequada ou se há maneira melhor de fazê-lo. Nesse exemplo, particularmente, é possível mostrar que o que falta para a alternativa (B) ser a opção correta de resposta é exatamente o detalhamento apresentado em (C). Ou seja, o total de horas diárias da semana é o mesmo tanto para (B) como para (C), mas apenas em (C) é possível ter clareza da quantidade de horas para cada finalidade.

A análise dos demais itens presentes na prova sobre a temática tratamento da informação mostra que para itens simples, que envolvem, por exemplo, a representação de um conjunto de dados que podem ser representados por um gráfico de colunas ou de barras, o índice de acerto é superior a 80%, não trazendo complexidade relevante para o público. Já tarefas que envolvem gráfico de setores, cujas entradas estão em porcentagem e os valores tabelados são quantidades, o grau de complexidade se eleva, tornando o item mais complexo, pois a conversão não se dá de imediato. Os erros mostram que para o gráfico de setores, a maioria dos alunos não consegue:



Também é válido discutir junto aos alunos a possibilidade de representar um conjunto de dados por diferentes tipos de gráficos, assim como a construção de infográficos, recurso recorrente nas divulgações de mídia digital e televisiva. Esse movimento de confeccionar gráficos, com ou sem o emprego de recursos digitais contribui para os estudantes se apropriarem melhor da leitura e análise de dados, além de propiciar a interdisciplinaridade com outras áreas do conhecimento, expandindo a análise de dados e estudo de gráficos para além das aulas de matemática.

Itens comentados
Matemática - 9º ano EF

Exemplo 4 – item 33

Nível 375

O corpo humano é composto por células, e as menores células podem medir 1 micrômetro, ou seja, 1 cm dividido por 10 mil partes.

Na unidade de cm, qual é a notação científica que representa corretamente 1 micrômetro?

- (A) $1,0 \times 10^{-3}$.
- (B) $1,0 \times 10^{-4}$.
- (C) $1,0 \times 10^{-5}$.
- (D) $1,0 \times 10^{-6}$.

O item apresentado traz uma frase contextualizando o número a ser representado por meio da escrita em notação científica, no qual o estudante deve se apoiar no seguinte trecho para identificação da resposta correta:

1 micrômetro, ou seja, 1 cm dividido por 10 mil partes

Portanto,

$$1 \text{ micrômetro} = \frac{1}{10\,000} = \frac{10^0}{10^4} = 10^{-4}$$

A solução apresentada acima faz uso de uma das propriedades da potenciação, indicando que a resposta correta é a indicada na alternativa (B), opção assinalada por apenas 1 em cada 4 estudantes. As alternativas (A) e (C) atraíram maior percentual de respondentes, sendo que a alternativa (A), escolhida por aproximadamente 27% dos alunos, decorre provavelmente de um equívoco de leitura, assumindo que o 1 micrômetro corresponde a 1 cm dividido por mil partes, em vez de 10 mil. Já a opção (C) foi a alternativa mais assinalada (34,1%) sendo que o erro associado pode derivar da escrita do número na sua forma decimal. Ou seja, o estudante adotou o seguinte raciocínio:

$$\text{Como } 1 \text{ micrômetro} = \frac{1}{10\,000} = 0,0001 \text{ então a representação em notação é } 10^{-5}$$

(por considerar que há cinco algarismos na escrita do número)

Por linha de raciocínio semelhante, e também equivocada, o respondente pode concluir que a resposta é (A) motivado por observar que há três algarismos zero à direita da vírgula, sugerindo que mesmo a partir da representação decimal correta, o aluno não faz a associação com a representação em notação científica.

Importante que o professorado faça adaptações no texto, trazendo a escrita decimal da medida de 1 micrômetro para verificar se as hipóteses indicadas acima são, de fato, as observadas na solução dos estudantes.

Os dados obtidos a partir de outros itens da prova indicam que a maioria dos alunos não reconhece que a escrita em notação científica tem suas particularidades, como é o caso de a mantissa ser um número maior ou igual a igual e menor que 10. Logo, no caso da representação do número 4500, não se pode tomar 45×10^2 como sendo a escrita em notação científica. Esse foi um dos principais erros comuns observados nessa edição 2022 do SARESP. Contudo, cabe a pergunta: esse erro se deve a ignorar a característica da mantissa ou pelo expoente da potência coincidir com o número de zeros presente nos números?

Para números menores do que 1, como o tamanho de um vírus, por exemplo, a escrita em notação científica do número 0,00011 mm também foi vinculada, pela maioria dos estudantes a $0,11 \times 10^{-3}$, que não está incorreto como

Itens comentados

Matemática - 9º ano EF

reescrita do número dado, mas não está em notação científica. Novamente, o expoente da potência indica o número de algarismos 0 à direita da vírgula.

Esse item que abordava o tamanho de um vírus também esteve presente na prova da 3ª série EM como item de ligação. Mesmo ao final do Ensino Médio, o índice de acerto ainda é bem discreto, sendo ligeiramente maior ao observado no 9º ano EF, totalizando aproximadamente 28% contra 25%. Isso acaba refletindo o pouco ganho observado na média de proficiência da 3ª série EM, em relação ao 9º ano EF. Uma vez que esse item da escrita do tamanho do vírus em notação científica está ancorado no ponto 400 e a proficiência tanto do 9º ano EF como a da 3ª série EM são inferiores a 300, o item se mostra complexo para ambas as turmas, refletindo numa baixa probabilidade de acerto.

Em complemento, na prova da 3ª série EM havia um item em que era preciso utilizar a escrita em notação científica para apresentar uma aproximação de 1 ano-luz em metros. Em outras palavras, buscava-se identificar a ordem de grandeza do número. Vale destacar a presença de um fator dificultador: poucos zeros na escrita do número. Um resultado importante foi o fato de 25% dos alunos escolherem como resposta números que não podem ser classificados, repetindo equívocos também observados na prova do 9EF.

Em suma, em relação a essa habilidade de escrever números utilizando a notação científica, se mostram como desafio para o professorado a necessidade de fazer com que seus alunos dissociem o número presente no expoente da quantidade de algarismos que compõem o número e da quantidade de algarismos nulos, já que mais de 50% dos estudantes costumam incorrer em um desses equívocos.