

Itens comentados

Matemática - 3ª série EM

Na sequência, são apresentados 4 exemplos de itens presentes na prova de Matemática da 3ª série EM, que fizeram parte do rol de itens utilizados na prova SARESP 2022. A proposição desses itens de prova visa mostrar para o professorado algumas análises sobre acertos e erros observados, assim como a importância de alternativas construídas para evidenciar possíveis erros cometidos na resolução dos problemas.

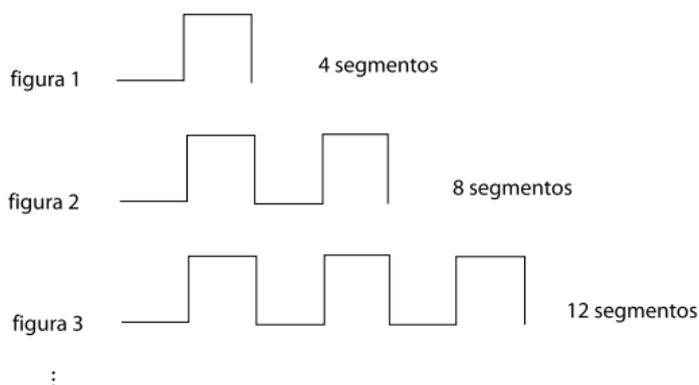
Mais do que constatar erros e acertos, é importante buscar compreendê-los e toma-los como parte de um processo natural, integrante do movimento do aprender. Esses exemplos certamente podem fazer parte do planejamento do professor, assim como as orientações complementares, já que esses exemplos não esgotam todas as conclusões obtidas a partir da análise da prova.

Sendo assim, é fundamental que esses itens sejam lidos em conjunto com as considerações feitas a respeito da escala de proficiência e da discussão dos resultados de Matemática, sempre tomando como referência os resultados da sua escola, descritos no boletim SARESP.

Exemplo 1 – item 63

Nível 300

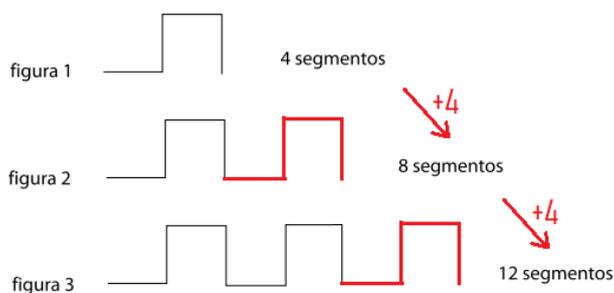
Observe o padrão a seguir:



A quantidade de segmentos da figura 2022 será igual a

- (A) 8 092.
- (B) 8 088.
- (C) 8 096.
- (D) 1 012.
- (E) 504.

O item aborda a construção de uma sequência figurada, que dá origem a uma sequência numérica, na qual para obter a figura é preciso aumentar 4 segmentos, conforme apresentado no esquema abaixo:



Vale destacar que esse aumento de 4 em 4 segmentos também pode ser facilmente observado a partir das quantidades de segmentos informadas à direita dos desenhos.

Sendo assim, a sequência apresentada pode ser tratada como uma Progressão Aritmética e a resposta obtida a partir do seu termo geral. Mas, nesse caso, há uma alternativa mais simples, que correlaciona a quantidade de segmentos (Q) com a posição da figura (P), de modo que a quantidade de segmentos para qualquer posição é dada por: $Q = 4P$. Assim sendo, para a posição 2022, tem-se que $Q = 4 \times 2022 = 8088$, alternativa (B).

O item foi respondido corretamente por pouco mais de 55% dos estudantes, caracterizando um item médio de dificuldade. Além disso, apresenta excelente índice de discriminação, indicando que alunos que tiveram um desempenho global na prova acertam mais esse item do que aqueles que tiveram um desempenho global mais discreto. Ou seja, esse item é um excelente indicador para projeção de resultado global, conseguindo extrapolar o resultado apenas para os dados relativos à situação apresentada.

Itens comentados

Matemática - 3ª série EM

Os alunos que optaram pelas alternativas incorretas se distribuem de maneira similar entre elas, com leve preferência pela alternativa (C) 8096, provavelmente sendo esse número obtido a partir da escrita incorreta do termo geral, conforme ilustrado a seguir:

$$\text{termo geral (correto): } a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r, \text{ ou seja, } a_{2022} = a_1 + (2022 - 1) \cdot 4 = 8088$$

$$\text{termo geral (incorreto): } a_n = a_1 + (n + 1) \cdot r, \text{ ou seja, } a_{2022} = a_1 + (2022 + 1) \cdot 4 = 8096$$

Se, de fato, o erro se limitou a troca de sinal no termo geral, isso é um equívoco de fácil ajuste, pois requer apenas mais frequência de uso dessa fórmula para internalização da mesma.

Além disso, cabe destacar que não é incomum, tampouco errado, que os alunos optem por tentar dar continuidade à sequência, termo a termo, até chegarem na posição procurada. Mas, nesse caso, essa estratégia é inviável, o que pode ter acarretado num fator de complexidade para parte dos alunos. Destaca-se a importância de os alunos não se virem reféns de uma única estratégia para obtenção da resposta, de modo que o professorado estimule a obtenção de soluções por meio de diferentes caminhos.

Por exemplo, em outro item presente na avaliação 2022, que abordava uma progressão geométrica (PG), o emprego dessa estratégia de dar continuidade na sequência pode ser o que justifica a escolha dos alunos se concentrar em dois distratores. Vejamos:

O quê o item abordava?	cenário de divulgação de <i>fake news</i> , no qual o número de pessoas que recebiam a mensagem dobrava a cada hora.
Quais eram os dados presentes no enunciado?	o número de pessoas que receberam a notícia falsa às 10h, 11h e 12h.
Qual era a pergunta?	Qual o número de pessoas que receberam a notícia falsa às 20h00?

Nesse tipo de situação, é muito comum observar a continuidade da sequência, hora após hora até chegar às 20h, como mostrado a seguir:

10:00	X
11:00	2 X
12:00	4 X
13:00	8 X
14:00	16 X
15:00	32 X
16:00	64 X
17:00	128 X
18:00	256 X
19:00	512 X
20:00	1024 X

Ou seja, o número de pessoas que receberam a notícia falsa às 20:00 é praticamente 1000 vezes o valor inicial, referente ao número de pessoas que receberam a mensagem às 10:00. Contudo, qualquer erro nesse processo, seja por pular algum horário ou por considerar 1 hora a mais na contagem, conclui-se, erroneamente, que o número final é a metade ou o dobro, respectivamente, do que deveria ser.

Itens comentados

Matemática - 3ª série EM

Novamente, essa estratégia não pode ser invalidada, mas além de exigir precisão por parte dos alunos, não pode ser configurado como único caminho para obtenção da resposta.

Itens comentados

Matemática - 3ª série EM

Exemplo 2 – item 28

Nível 325

A tabela a seguir apresenta as temperaturas médias mensais na cidade de São Paulo no período de 1981 a 2010:

JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
22,9	23,2	22,4	21,0	18,2	17,1	16,7	17,7	18,5	20,0	21,2	22,1

(<https://portal.inmet.gov.br/normais>)

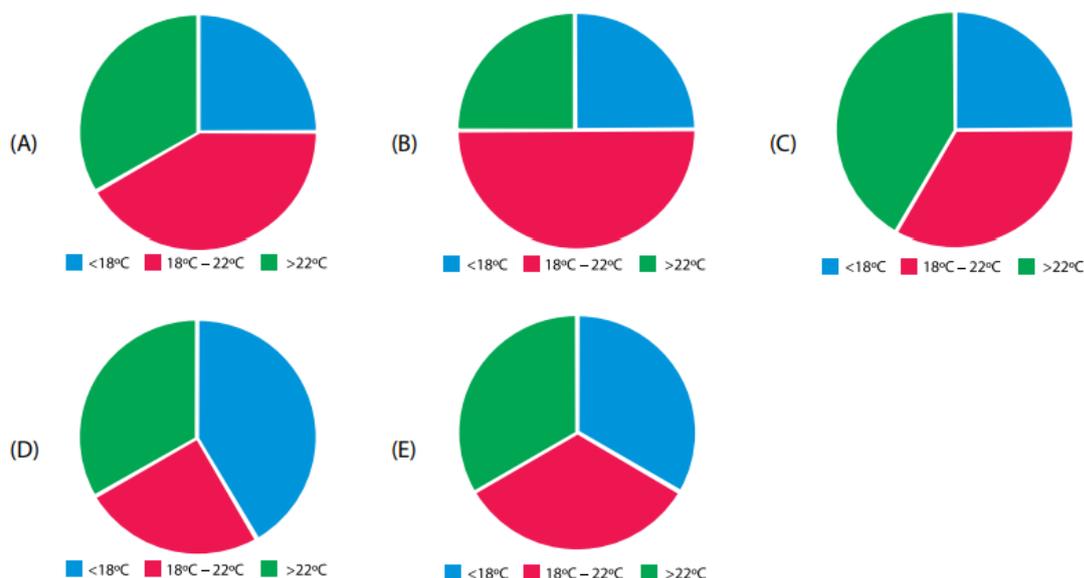
Caso fôssemos reunir os dados dessa tabela nos seguintes grupos:

I: quantidade de meses com temperatura média menor do que 18 °C.

II: quantidade de meses com temperatura média de 18 °C a 22 °C.

III: quantidade de meses com temperatura média maior do que 22 °C.

O gráfico que melhor corresponderia a tal divisão dos dados seria



O item traz uma coletânea de dados que serão classificados em intervalos definidos para que os dados possam ser representados por meio de um gráfico de setores. Ou seja, há duas tarefas envolvidas na resolução desse problema, a primeira se refere a identificar qual intervalo cada dado está enquadrado, para então analisar esses dados agrupados e representa-los por meio do gráfico correto.

Vale lembrar que o gráfico de setores é um excelente recurso para representar a relação parte-todo, fazendo uso de recursos visuais para representar relações entre os dados coletados. Vejamos, primeiramente, o tratamento dos dados:

JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
22,9	23,2	22,4	21,0	18,2	17,1	16,7	17,7	18,5	20,0	21,2	22,1

Os dados foram destacados (categorizados) de acordo com três grupos:

- Em azul, os valores que são menores do que 18;
- Em verde, os valores que são maiores do que 22;

Itens comentados

Matemática - 3ª série EM

- Em vermelho, os valores que estão entre 18 e 22.

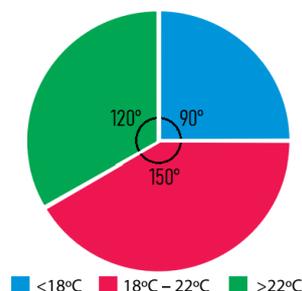
O fato de observar que a maioria das tarjas de classificação ser da cor vermelha torna obrigatório que o maior setor que irá compor o gráfico também deva ser vermelho, o que permite excluir três das cinco alternativas de resposta, de modo a sobrar apenas (A) e (B) como opções de resposta. No entanto, quase 45% dos estudantes optaram pelas demais alternativas, levantando hipóteses sobre dificuldades em classificar os números da tabela, ou mesmo fazer a representação por meio do gráfico de setores.

Voltando as opções (A) e (B) tem-se que o gráfico indicado em (B) possui as partes azul e verde são iguais, o que não condiz com a classificação dos dados da tabela, uma vez que há mais dados destacados em verde do que em azul. Assim, sobra apenas (A) como opção de resposta e que atende todas as propriedades do conjunto de dados.

Claro, o professorado pode discutir junto aos estudantes a montagem do gráfico de setores, para que possam melhor compreender, caso não seja de domínio da turma, a determinação da angulação para fazer a marcação dos setores do gráfico. Para tanto, a regra de três é suficiente:

$$\begin{aligned} \text{TOTAL: } 12 & \text{ _____ } 360^\circ \\ \text{AZUL: } 3 & \text{ _____ } \hat{A} \\ \text{VERDE: } 4 & \text{ _____ } \hat{B} \\ \text{VERMELHO: } 5 & \text{ _____ } \hat{C} \end{aligned}$$

A partir da regra de três obtém-se que $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{B} = 120^\circ$ e $\hat{C} = 150^\circ$, o que possibilita montar o gráfico como posto na alternativa correta:



Outra atividade que pode ser proposta junto às turmas, visando ampliar o estudo do gráfico de setores é discutir junto aos alunos quais ajustes nos dados da tabela precisam ser feitos para que outra alternativa passe a ser a correta. Essa manipulação dos dados favorece a compreensão da transição para a representação gráfica.

O item foi respondido corretamente por 34,7% dos estudantes da rede estadual que realizaram a prova, indicando que se trata de um item Difícil. Por outro lado, o item apresenta excelente índice de discriminação, favorecendo diferenciar os alunos de melhor desempenho geral daqueles com desempenho mais discreto. Dentre os distratores, as alternativas (B) e (C) se destacam, cada uma atraindo mais de 20% dos alunos. A escolha de ambas sugere dificuldade na classificação dos dados, uma vez que trazem dois setores de mesmo tamanho, caracterizando dois intervalos com a mesma quantidade de elementos, o que é falso.

Em geral, ao longo da prova, os itens relacionados à temática Tratamento da Informação sugerem que ao final da 3ª série EM, os alunos apresentam:

- ✓ maior facilidade com enunciados que abordam a leitura direta de dados presentes nos gráficos;

Itens comentados

Matemática - 3ª série EM

- ✓ dificuldade em categorizar e contabilizar dados de uma tabela simples, uma vez que o melhor desempenho nesse tipo de tarefa, com 54% de acerto, envolveu determinar de uma tabela com 30 dados quantas entradas apresentavam valor igual ou superior a 5;
- ✓ ligeira dificuldade em estimar os percentuais que podem ser associados aos setores de um gráfico;
- ✓ maior dificuldade em identificar de um conjunto de 30 dados qualitativos qual se refere ao segundo maior setor em destaque em um gráfico.

Por fim, vale lembrar que na análise de item para o 9º ano EF, o tratamento de dados via gráfico também foi discutido e serve de complemento ao que foi aqui posto.

Exemplo 3 – item 03

Nível 350

A conversão do valor pago em dólares para reais, referente a uma compra feita no exterior utilizando cartão de crédito, ocorre no dia do fechamento da fatura do cartão e não no dia em que a compra foi efetuada.

Quando Rubens fez uma viagem para o exterior, ele comprou um relógio que custou 80 dólares. No dia da compra, 1 dólar estava cotado a R\$ 3,20. Ao analisar o extrato da fatura de seu cartão, Rubens observou que o valor cobrado pelo relógio foi igual a R\$ 252,00.

Isso indica que o valor da cotação do dólar no dia do fechamento da fatura do cartão, em relação ao dia da compra,

- (A) baixou R\$ 0,10.
- (B) baixou R\$ 0,05.
- (C) manteve-se o mesmo.
- (D) aumentou R\$ 0,05.
- (E) aumentou R\$ 0,10.

O item proposto descreve um problema cotidiano, atrelado a compras internacionais, no qual a cobrança é feita em dólar e o pagamento feito em reais, na data da fatura. A proposta do item é comparar o valor da cotação do dólar na data da compra do produto e na data do fechamento da fatura, identificando se houve alteração no valor da cotação.

Para resolver o problema corretamente é preciso observar que a compra de 80 dólares foi realizada num dia em que a moeda americana estava cotada a R\$3,20, ou seja, era como na data da compra, o produto adquirido custasse $80 \times R\$3,20$, o que resulta em R\$256,00. Porém, no momento do pagamento da fatura, o valor cobrado foi de R\$252,00, um valor menor do que o esperado, indicando uma desvalorização do dólar na data da fatura quando comparado ao dia da compra do produto. Assim, é possível garantir que o preço da cotação da moeda americana baixou, tornando as alternativas (C), (D) e (E) opções incorretas, mas que foram assinaladas por quase 60% dos respondentes.

Para definir se a resposta correta era (A) ou (B) é preciso calcular o valor do dólar na data do fechamento da fatura do cartão, sendo que, para tanto, basta dividir R\$252,00 por R\$80,00, o que resulta R\$3,15, indicando uma redução de R\$0,05 no valor da cotação da moeda americana, alternativa (B).

A resposta correta foi assinalada por 28,1% dos alunos, caracterizando um item difícil. Ao analisar o comportamento das respostas dos estudantes que participaram do teste percebe-se que, para pouco mais da metade dos respondentes, há um comportamento quase que aleatório de escolha, uma vez que a distribuição das repostas entre as alternativas (B), (C), (D) e (E) é muito próxima. Apenas a opção (A) fica ligeiramente escanteada, talvez por uma influência do senso comum cotidiano de que o dólar costuma valorizar.

Ao observar o desempenho dos alunos da rede em outros itens da prova, observa-se dificuldade na comparação de dados por meio de razões. Veja dois outros exemplos:

- i. Determinar dois tipos de embalagem, a que apresenta menor e a que apresenta maior valor por kg do produto, sendo dada a seguinte tabela:

Tipo de embalagem	Quantidade do produto	Valor
Bombona Pequena	70 kg	R\$ 315,00
Bombona Grande	250 kg	R\$ 950,00
Container	1 250 kg	R\$ 5.250,00

Itens comentados

Matemática - 3ª série EM

Índice de acerto: 17,6%.

Principal hipótese de equívoco: os respondentes se basearam apenas no valor das embalagens, sem associar a quantidade do produto presente em cada uma. Ou seja, fizeram a leitura direta da tabela.

- ii. Realizar comparativo entre o percentual médio de lixo plástico reciclado no mundo e no Brasil, sendo dada a seguinte informação:

“o Brasil recicla cerca de 1,2% de todo o lixo plástico produzido no país. A média mundial é 9%.”

Índice de acerto: 14,4 %.

Principal hipótese de equívoco: os estudantes não perceberam a necessidade de realizar uma divisão para concluir que, comparada com o Brasil, a média mundial de reciclagem de material plástico é 7,5 vezes o percentual brasileiro. Muitos se apoiaram na simples subtração entre os percentuais apresentados na notícia.

Mediante as dificuldades apontadas para esses dois casos, não é de se estranhar dificuldades relacionadas a outros problemas que envolvem mais de uma operação, além da divisão. Esse quadro sugere que os alunos podem estar tendo problemas tanto em relação à ideia de razão como a operação do cálculo em si. Sendo assim, recomenda-se ao professorado retomar ideias relacionadas a esse conceito e, preferencialmente, explorá-la por meio de situações-problema de diferentes contextos.

Exemplo 4 – item 09

Nível 375

O setor de criação de uma empresa desenvolveu quatro embalagens para a comercialização de seu novo produto. Todas as embalagens possuem o formato de um paralelepípedo reto, sendo que as dimensões internas, em centímetros, de cada embalagem são as seguintes:

EMBALAGEM	COMPRIMENTO	LARGURA	ALTURA
1	10	3	6
2	8	6	5
3	5	4	3
4	4	4	4

O gerente de vendas decidiu comercializar o novo produto em duas embalagens, optando pela de maior e de menor capacidade interna.

Dessa forma, esse produto será comercializado, respectivamente, nas embalagens

- (A) 1 e 2.
- (B) 1 e 3.
- (C) 1 e 4.
- (D) 2 e 3.
- (E) 2 e 4.

O item proposto envolve a comparação da capacidade interna de quatro embalagens, todas no formato de paralelepípedo reto. O objetivo é determinar qual a embalagem que possui a menor capacidade e qual possui a maior, para atender uma estratégia de venda.

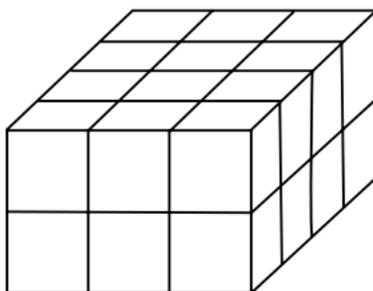
Por serem todos paralelepípedos retos, o volume é determinado a partir do produto das três dimensões da embalagem ou seja: comprimento \times largura \times altura.

EMBALAGEM	COMPRIMENTO	LARGURA	ALTURA	VOLUME
1	10	3	6	180 cm ³
2	8	6	5	240 cm ³
3	5	4	3	60 cm ³
4	4	4	4	64 cm ³

Logo, a embalagem de maior capacidade é número 2, enquanto que a de menor capacidade é a de número 3, conforme consta na alternativa (D).

A resposta correta foi assinalada por 21,5%, indicando que mais de três quartos da população avaliada não soube realizar essa tarefa. Mesmo no Grupo de Maior Desempenho, formado por pouco mais de um quarto dos alunos – aqueles que obtiveram os melhores escores da prova, o índice de acerto ficou pouco acima de 30%.

Vale destacar que apesar de ancorado num ponto alto da escala (nível 375), a tarefa envolve uma das ideias mais simples do volume de prismas, tratado desde os anos finais do ensino fundamental. Na edição da prova 2022 do SARESP, na prova do 9º ano EF, por exemplo, era necessário calcular o volume de um prisma retangular, a partir da seguinte figura:



O enunciado da questão informava que essa figura era composta por cubinhos idênticos, medindo 1 cm^3 cada. Sendo assim, a obtenção do gabarito se limitava a contar quantos cubinhos são necessários para montar essa figura ou então observar as divisões para concluir que a figura tem 4 cm de comprimento, 3 cm de largura e 2 cm de altura, o que implica num volume igual a 48 cm^3 . O índice de acerto foi de apenas 35,4%.

Esse caso ilustra uma tentativa de simplificar o cálculo do volume, por meio de cubos unitários, em vez do emprego de fórmula. Essa ideia é similar a empregada para o cálculo de áreas poligonais com o apoio de malha quadriculada. Mesmo assim, menos da metade dos estudantes foram capazes de indicar a resposta correta.

Logo, é esperado que, sem o apoio do sólido dividido em cubos, a tarefa se torne mais complexa e que o índice de acerto seja menor.

A prova da 3ª série EM incluía outro item relacionado ao cálculo da capacidade de paralelepípedos retos, abordando um contexto de capacidade de terra necessária para preparar um canteiro de flores, dado suas medidas. Vale destacar que o item trazia números decimais envolvidos no cálculo, o que fez com que os parâmetros de dificuldade e discriminação do item fossem superiores, segundo a TRI, ao item apresentado no início desse exemplo 4. Apesar disso, o percentual de acerto nesse outro caso foi superior. Contudo, os parâmetros TRI indicaram maior chance de acerto casual, o que justifica essa aparente contradição.

Para a edição 2022, optou-se por fazer uso apenas de paralelepípedos retos no estudo dos sólidos geométricos. Contudo, baseado no que se tem na escala de proficiência, é sabido que a abordagem de outros sólidos eleva o grau de complexidade dos problemas. Tendo em vista os resultados obtidos para os exemplos aqui comentados, é possível estender o alerta da necessidade de rever meios para o ensino de todos os sólidos geométricos.

Assim, recomenda-se ao professorado traçar diferentes estratégias para o estudo dessa temática, sendo que a leitura da escala de proficiência pode auxiliar na organização da complexidade das tarefas que o professor poderá optar por trabalhar. Vale lembrar que se a maioria dos alunos possui proficiência característica do nível Abaixo do Básico, como é o caso geral da Rede, recomenda-se trabalhar atividades de recuperação, muitas vezes retomando conceitos e ideias discutidas em anos anteriores. Para tanto, a descrição da escala do 9º ano EF também pode ser uma importante ferramenta para o planejamento do professor. Mais do que conhecer o cenário da Rede, é fundamental que o professor se aproprie dos dados da sua escola, por meio do boletim escolar, para fazer as adequações no seu plano de aula, propiciando a construção de um roteiro de estudos adequado à sua turma.